Халқаро илмий конференция

Международная научная конференция

The International scientific conference

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА имени МИРЗО УЛУГБЕКА

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени АЛИШЕРА НАВОИ

ТАШКЕНТСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

САМАРКАНДСКИЙ ФИЛИАЛ ТАШКЕНТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

# АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА ИНФОРМАЦИОН ТЕХНОЛОГИЯЛАРНИНГ ДОЛЗАРБ МУАММОЛАРИ - АЛ-ХОРАЗМИЙ 2014

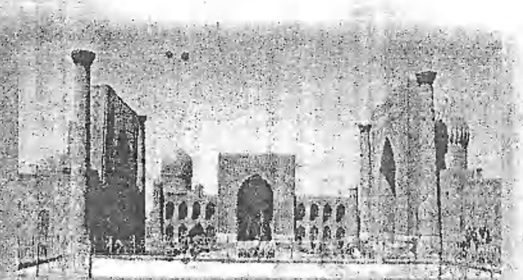
**Конференция мақолалари**

Тўплам № 1

# АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ - АЛЬ-ХОРЕЗМИ 2014

**Труды конференции**

**Том № 1**



# MODERN PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGIES- AL- KHOREZMIY 2014

**Transactions of the conference**

**Volume № 1**

САМАРКАНД
15-17 СЕНТЯБР
2014

САМАРКАНД
15-17 СЕНТЯБРЯ
2014

SAMARQAND
15-17 SEPTEMBER
2014

**Definition 2.** *If the condition $\sigma(J(V(x_0))) \in B(0,1)$ holds for $x_0 \in Fix(V)$, then $x_0$ is called an attracting fixed point.*
*If $\sigma(J(V(x_0))) \in R\backslash B[0,1]$ holds for $x_0 \in Fix(V)$, then it is called repelling point, where $B(0,1) = \{z \in C, | z |< 1\}$.*

**Lemma 1.** *There is no fixed points of the quadratic homeomorphism (6) on the boundary of the simplex $S^2$, i.e., $\partial S^2 \cap Fix(V) = \emptyset$*

**Theorem 1.** *There exists and unique fixed point $x_0 \in \text{int}S^2$.*

**Theorema 2.** *The fixed point of the operator $V$ is repelling fixed point in the simplex $S^2$.*

For operator $V$ we have that $e_1$, $e_2$, $e_3$ are periodic points and period of these points are equal to three. We find eigenvalues of the $V^3$ by multiplicator and these eigenvalues are equal to

$$\lambda_1 = (1+a)(1+b)(1+c), \lambda_2 = (1-a)(1-b)(1-c), \lambda_3 = 1.$$

**Theorem 3.** *If $(1-a)(1-b)(1-c) < 1$ and $(1+a)(1+b)(1+c) < 1$ then there is a fixed point on the boundary of the simplex. There are three invariant curves which pass over the fixed points. These curves separate the simplex to three parts and vertices of the simplex are situated in each parts of the simplex. If $x^0$ is situated in any part of simplex then $x^0$ converge to the corresponding vertex of the simplex.*

## REFERENCE


1. *Devaney R.L.* An introduction to chaotic Dynamical system. *Westview* press, 2003.
2. *Ganikhodzhaev R.N., Mukhamedov F.M., Rozikov U.A.* Quadratic stochastic operators and processes: results and open problems // Inf. Dim. Anal. Quant. Prob. Rel. Fields., V.14, №2, 2011, 279-335.
3. *Ganikhodzhaev, R.N., Eshmamatova D.B.* Quadratic automorphisms of simplex and asymptotical behavior of their trajectories // Vladikavkaz Math. Jour., 8, 2006, 12-28.
4. *Lyubich Yu.I.* Mathematical structures in population genetics // Biomathematics, 22, Springer-Verlag, 1992.


***

*УДК 517.95*

# КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА


Абулов М.О.
*Каршинский Государственный университет, Карши, Узбекистан*
*e-mail: mumin.abulov@mail.ru*



**Аннотация** В настоящей работе исследуется краевая задача для одного нелинейного уравнения третьего порядка и доказывается, что ее обобщенное решение существует и единственно.


В области $Q = \{(x,t) : 0 < x < 1, 0 < t < T, T > 0\}$ рассмотрим уравнение относительно неизвестной функции $u = u(x,t)$

$$Lu \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x} + a\right)(u_{tt} - u_{xx}) + |u|^{\rho} u = f(x,t) \tag{1}$$

с краевым условием

$$u|_{\partial Q} = 0, \ u_x|_{x=0} = 0 \tag{2}$$

где, постоянная $\rho \geq 0$, $a$– постоянная, $f(x,t)$-заданная функция. Наряду с задачей (1),(2) будем рассматривать задачу (2) для линейного уравнения

$$Mu \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x} + a\right)(u_{tt} - u_{xx}) = \varphi(x,t) \tag{3}$$

Легко проверить, что формально сопряженной задачей к задаче (2), (3)является следующая задача

$$M^* v = -v_{ttx} + v_{xxx} + (v_{tt} - v_{xx}) = g(x,t) \tag{4}$$

$$v|_{\partial Q} = 0, \ v_x|_{x=1} = 0 \tag{5}$$

В работах [1,2] для уравнения (3) рассматривались разные краевые задачи. Обозначим через $C_M$, $C_{M^*}$ классы функций из $C^3(Q)$, удовлетворяющие соответственно краевым условиям (2),(5). Через $H(Q)$, $H*(Q)$ будем обозначать пространства Соболева полученные замыканием соответственно классов функций $C_M$, $C_{M^*}$ по норме

$$\|u\|^2_{1,Q} = \int\limits_Q ({u_t}^2 + {u_x}^2 + u^2) dQ$$

**Определение.** Функцию $u \in H(Q)$ будем называть слабым обобщенным решением задачи (2), (3) если для всех $v \in C_0^\infty(Q)$ выполняется тождество

$$\int_Q (u_t v_{tx} - u_x v_{xx} - a u_t v_t + a u_x v_x) + |u|^\rho uv)dQ = \int_Q fv dQ, \forall v \in C_0^\infty(Q)$$

**Теорема.** Пусть выполнено условие $a \leq \delta < 0$ . Тогда для любой функции $f(x,t) \in L_2(Q)$ существует единственное слабое обобщенное решение задачи (1),(2) из $W_2^1(Q)$.

**Лемма.** Пусть выполнено условие теоремы. Тогда существует константа $\lambda < 0$, что для всех $3\lambda < 2a < 2\lambda$ имеют место неравенства

$$\int_Q Mue^{\lambda x} u dQ = (Mu, e^{\lambda x} u)_0 \geq m \|u\|^2_{H(Q)},$$

$$\|Mu\|_0 \geq m\|u\|_{H(Q)}, \quad \forall u \in C_M, \ m > 0 \tag{6}$$

Доказательство леммы. Рассмотрим интеграл $(Mu, e^{\lambda x} u)_0$ по области $Q$. Интегрируя его по частям и выбирая $\lambda$ надлежащим образом, получим (6).

**Следствие.** Решение задачи (2),(3) из $C_M$ единственно. Рассмотрим выражение $(M * v, e^{-\lambda x} v)_0$ для $v \in C_{M*}$. После интегрирования по частям и выбором $\lambda$, удовлетворяющем условию леммы получим

$$\|v\|_{H^*(Q)} \leq C\|M * v\|_{L_2(Q)}$$

Рассмотрим теперь линейный непрерывный функционал $(f, v)_0$ над пространством $v \in H * (Q)$. Имеем

$$|(\varphi, v)_0| \leq \|\varphi\|_0 \|v\|_0 \leq \|\varphi\|_0 \|v\|_{H^*(Q)} \leq C\|\varphi\|_0 \|M * v\|_0$$

Следовательно [3,4], выражение $(\varphi, v)_0$ можно рассматривать как линейный ограниченный функционал относительно переменной $M * v$ над пространством $W_2^1(Q)$ и на основании теорема Рисса о представлении непрерывных функционалов в гильбертовом пространстве получим , что существует функция $u(x,t) \in H(Q)$ такая что $(u, M * v)_0 = (f, v)_0, \quad \forall v \in C_0^\infty(Q)$.

Доказательство теоремы. Рассмотрим однопараметрическое семейство операторов:

$$L_\tau u \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x} + a\right)(u_{tt} - u_{xx}) + \tau |u|^\rho u = F(x,t) \tag{7}$$

Будем для уравнения (7) исследовать задачу (2). Обозначим через $A$ множество тех $\tau \in [0,1]$, при которых задача (2) ,(7) разрешима в $u \in W_2^1(Q)$. Из следующих оценок следует что $A$ замкнуто:

$$(L_\tau u, e^{-\lambda x} u)_0 \geq C \int_Q (u_t{}^2 + u_x{}^2 + u^2 + |u|^{\rho+2}) dQ$$

т.е.

$$\|u\|^2_{W_2^1(Q)} + \|u\|^{\rho+2}_{L_{\rho+2}}(Q) \leq C_1 \|F\|^2_{L_2(Q)} \tag{8}$$

Из доказанного для задачи (2),(3) следует что $0 = \tau \in A$. Покажем что $A$ открытое множество. Пусть при $\tau = \tau_0$ задача (2),(7) разрешима. Рассмотрим $\tau = \tau_0 + \delta_1$, где $\delta_1 > 0$ и запишем

$$L_{\tau_0} u \equiv L_{\tau_0} u - L_\tau u + F$$

$$L_{\tau_0} u \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x} + a\right)(u_{tt} - u_{xx}) + \tau_0 |u|^\rho u = -\delta_1 |u|^\rho u + F = \tag{9}$$

Подставим в правую часть (9) произвольную функцию $v: \ v|_{\partial Q} = 0$

$$\|v\|^2{}_B \equiv \|v\|^{2\rho+2}_{L_{2\rho+2}(Q)} \leq 4C_1 \|F\|^2{}_{L_2(Q)} = R$$

Поскольку $\tau_0 \in A$, то задача (2) ,(9) разрешима .В силу (9)

$$\|u\|^2_{B_1} \equiv \|u\|^2_{H(Q)} + \|u\|^{\rho+2}_{L_{2\rho+2}} \leq C_1 \int_Q (F + \delta_1 |v|^\rho v)^2 dQ \leq$$

$$\leq 2C_1 \int_Q F^2 dQ + 2C_1 \delta_1^2 \int_Q |v|^{2\rho+2} dQ = \frac{R}{2} + 2C_1 \delta_1^2 R$$

и можно считать что $u = N(v)$, тогда если $v \in B = \{v: \ v|_{\partial Q} = 0, \ \|v\|_B \leq R\}$ то выбрав $\delta_1: \ 4C_1\delta_1^2 < 1$, получим $u \in B_1$

$$B_1 = \{u: \|u\|_{B_1} \leq R, \ u|_{\partial Q} = 0, \ u_x|_{x=0} = 0\}$$

Тем самым оператор $N : B \to B_1 \subset B$ отображает шар на свою часть и является вполне прерывным поскольку оператор вложения при $n = 2$ $W_2^1(Q)$ в $L_q(Q)$ ($q$–произвольно) вполне непрерывен и по теорема Шаудера у оператора $N$ имеется неподвижная точка $u = N(u)$. Очевидно, что этот элемент и будет удовлетворять $L_\tau u = F$ и условия (2), т.е. $A-$ открытое множество отсюда следует что $A = [0,1]$ Единственность решения следует из монотонности оператора $|u|^\rho u$ [5]. Теорема доказана . Замечание. Для полученного решения $u \in H(Q)$ краевое условие $u_x|_{x=0} = 0$, вообще говоря не имеет смысла, но если это решение является более гладким (например, из $W_2^2(Q)$) то нетрудно показать что это условие выполняется .

## ЛИТЕРАТУРА


1. Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типов . Ташкент. Фан. 1979. 240 с.
2. Джураев Т.Д. и др. Краевые задачи для уравнений параболо- гиперболического типа . Ташкент. Фан. 1986. 220 с.
3. Березанский В.М. Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов. Киев. Наукова думка. 1965. 800 с
4. Врагов В.Н. Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. Новосибирск: НГУ. 1983 82с.
5. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. Москва. Мир. 1972. 588 с.
6. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. Москва. Наука.1973 г. 408 с.


***

*УДК 517.95*

# О РАЗРЕШИМОСТИ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Абулов М.О.
*Каршинский государственный университет, Карши, Узбекистан*
*e-mail: mumin.abulov@mail.ru*

В цилиндре $Q = (0,T) \times \Omega$ где $\Omega$ - ограниченная область в $R^n$ , рассмотрим уравнение

$$Lu \equiv D^{2k}(u_{tt} - \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}(a_{ij}(x')\frac{\partial u}{\partial x_j})) + (-1)^k |u|^\rho u = f(x,t) \qquad (1)$$

где, $D^m = \frac{\partial^m}{\partial x_1^m}; \rho > -1, x = (x_1, x_2, ..., x_n), x' = (x_2, x_3, ..., x_n)$.

**Смешанная задача.** Найти решение уравнения (1) , удовлетворяющее следующим начальным и граничным условиям

$$u|_{t=0} = u_0(x), u_t|_{t=0} = u_1(x) \qquad (2)$$

$$u\Big|_S = Du\Big|_S = D^2u\Big|_S = ... = D^k u|_S = 0 \qquad (3)$$

где, $S = (0,T) \times \partial\Omega$.

Отметим, что близкие задачи изучены в работах [1-4]. Доказательство теоремы проводится методом, предложенным в [5]. Предположим, что $a_{ij}(x') = a_{ji}(x')$ - достаточно гладкие функции и выполнено условие

$$\nu |\xi|^2 \le \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x')\xi_i\xi_j \le \mu |\xi|^2, \nu > 0, (x,t) \in \bar{Q},$$

$\xi \in R^n$ Обозначим через $S_L$ класс функции , непрерывно дифференцируемых $k+2$ раза в области $\bar{Q}$ и удовлетворяющих условию (3). Мы называем решением задачи (1)-(3) функцию $u(x,t)$ такую, что

$$D^l u \in L_\infty(0,T; \overset{o}{W}{}_2^1(\Omega)), D^l u_t \in L_\infty(0,T; \overset{o}{W}{}_2^1(\Omega)),$$

$$D^l u_{tt} \in L_\infty(0.T; L_2(\Omega)), u \in L_\infty(0,T; L_{\rho+2}(\Omega)),$$

и удовлетворяющую тождеству

$$\int_\Omega [D^k u_{tt} D^k v + \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x') D^k \frac{\partial u}{\partial x_i} D^k \frac{\partial v}{\partial x_j} + |u|^\rho uv] dx = (-1)^k \int_\Omega f v dx, \forall v \in S_L \qquad (4)$$